

**С. М. Одоевский**

**Основы работы с системой MathCAD.**

**Методы численного решения дифференциальных уравнений**

**Методические рекомендации для лабораторных занятий**

**и задания для студентов**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ**  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ  
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»

---

**С. М. Одоевский**

**Основы работы с системой MathCAD.  
Методы численного решения дифференциальных уравнений**

**Методические рекомендации для лабораторных занятий  
и задания для студентов**

**СПб ГУТ)))**

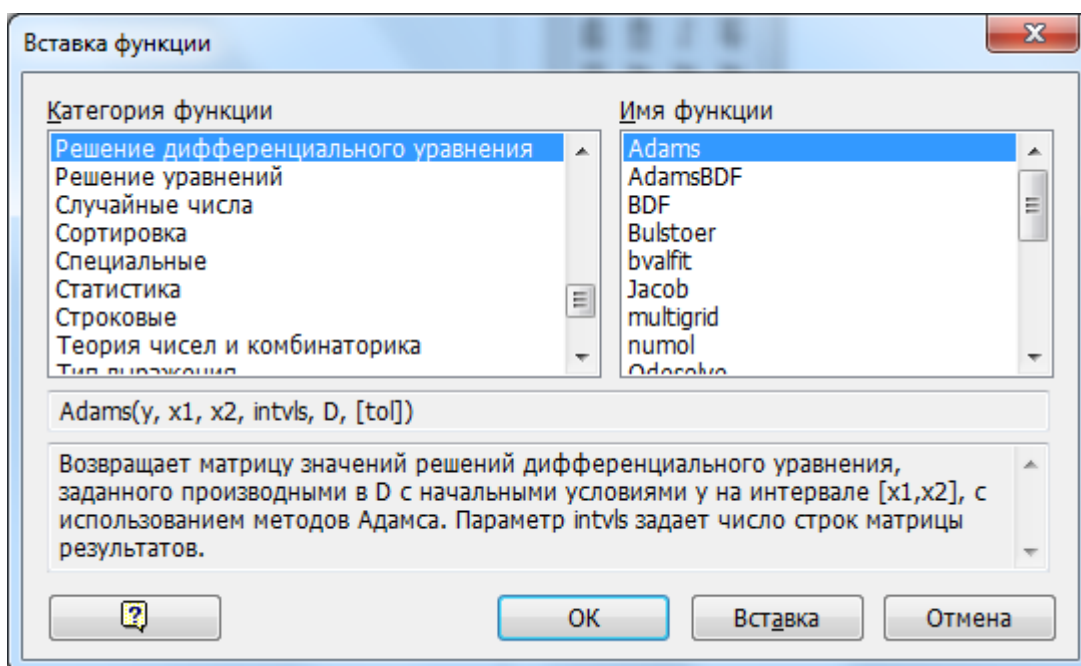
## Лабораторная работа № 8

### Методы численного решения дифференциальных уравнений

**Цель работы:** Изучить методы численного решения дифференциальных уравнений с использованием системы MathCAD.

Познакомиться с встроенными средствами численного решения задач дифференциальных уравнений в системе MathCAD.

### Средства численного решения дифференциальных уравнений



### Решить примеры дифференциальных уравнений (по вариантам)

Вариант  $W$  вычисляется на основании номера  $G$  группы и  $N$  по списку группы:

$$W = \text{mod}(G+N, 3) + 1$$

Каждое задание (три задания в первой части и одно во второй) необходимо попытаться решить двумя способами:

- 1) методами, указанными в задании
- 2) численными средствами MathCad

Сравнить результаты, полученные разными методами

1 часть заданий (решить хотя бы одним указанным, но лучше всеми тремя методами)

Решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Задание №1. Найти приближенные решения задачи Коши  $u' = f(x, u)$ ,  $u(0) = 0$  на отрезке  $[0, 1]$  с точностью  $O(10^{-3})$ , используя явный (неявный) метод Адамса.

Вариант №1	Вариант №2	Вариант №3
$\cos(x + u) + \frac{3}{2}(x - u)$	$1 + (0.7 - x) \sin x - 1.2 \cdot xu$	$\frac{\cos u}{1.25 + x} - 0.3u^2$

Задание №2. Решить дифференциальное уравнение с заданным начальным условием методом Рунге-Кутты с шагом 0,2.

Вариант №1	Вариант №2	Вариант №3
$y' - \frac{y}{x} = x + 1$ $y(1) = 0$ на отрезке $[1, 2]$	$y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ $y(0) = 0$ на отрезке $[0, 1]$	$xy' + y = x + 1$ $y(1) = 0$ на отрезке $[1, 2]$

Задание №3. Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка с помощью схемы Эйлера.

константы задать одинаковыми и равными N (номер по списку)

Вариант №1	Вариант №2	Вариант №3
$u' = (x^2 + k)u + f(x)$ , $0 < x \leq l$ $u(0) = u_0$ , $f(x) = -x^2 A e^{kx}$ , $u_0 = A$ $A, k, l - const > 0$ Точное решение: $u = A e^{kx}$	$u' = \ln(k + x)u + f(x)$ , $0 < x \leq l$ $u(0) = u_0$ , $f(x) = A e^x (1 - \ln(k + 5))$ $u_0 = A$ , $A, k - const > 0$ Точное решение: $u = A e^x$	$u' = (x + p)u + f(x)$ , $0 < x \leq l$ , $u(0) = u_0$ , $f(x) = A(k \cos kx - (x + p) \sin kx)$ , $u_0 = 0$ , $p, A, k - const > 0$ Точное решение: $u = A \sin kx$

2 часть заданий.

Решение дифференциальных уравнений в частных производных

Задание №1. Используя метод сеток, найдите решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$  в квадрате ABCD с вершинами A(0;0), B(0;1), C(1;1), D(1;0); шаги сетки по осям OX и OY считать равными  $h=0.1$ , при следующих граничных условиях:

Вариант №1	Вариант №2	Вариант №3
$u _{AB} = 30y; \quad u _{BC} = 30(1-x^2);$ $u _{CD} = 0; \quad u _{AD} = 0$	$u _{AB} = 20y; \quad u _{BC} = 20(1-x^2);$ $u _{CD} = 30\sqrt{y}(1-y); \quad u _{AD} = 0$	$u _{AB} = 30y^2; \quad u _{BC} = 30(1-x);$ $u _{CD} = 0; \quad u _{AD} = 40x^2(1-x)$